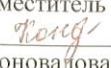


**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 1
имени героя Советского Союза А.С. Александрова
г. Николаевска-на-Амуре Хабаровского края**

РАССМОТРЕНА
на заседании предметной
кафедры
Протокол от «28» августа
2020 г. №1
Руководитель ПК

(Воробьева М.А.)
«28» августа 2020 г.

СОГЛАСОВАНА
решением педагогического
совета
Протокол от «31» августа
2020 г. №
Заместитель директора по УР

(Коновалова О.В.)
«31» августа 2020 г.

УТВЕРЖДЕНА
Приказ от «31» августа
2020 г. №56
Директор МБОУ СОШ №1

(Чалупенко О.А.)
«31» августа 2020 г.

ПРОГРАММА

элективного курса по математике для 10 класса

«Умники и умницы»

Пояснительная записка

Предлагаемый элективный курс предназначен для учащихся 10 классов, которые интересуются олимпиадными задачами и участвуют в различных математических соревнованиях (дистанционных, заочных и др. олимпиадах). Данный курс можно использовать как для учащихся, изучающих математику на профильном уровне, так и на базовом уровне. Содержание курса является дополнением к учебному материалу, характеризуется теми же базисными понятиями и их структурой, но не дублирует его и не выполняет функций дополнительных занятий.

Цель курса - ознакомление учащихся с основными методами решения олимпиадных задач.

Задачи:

- расширение и углубление знаний учащихся по математике;
- развитие математического мышления и способностей учащихся;
- подготовка к сдаче ЕГЭ и продолжению успешного обучения в вузе.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельности на данном курсе являются лекции, практикумы, математические соревнования. Высокие результаты дает использование методики «листочков».

Количество часов за учебный год - 34, 1 час в неделю

Планируемые результаты.

В результате изучения данного элективного курса учащиеся должны знать:

-основные методы и приемы решения олимпиадных задач по математике. должны уметь:

-применять изученные методы и приемы при решении олимпиадных задач уровня сложности не ниже задач, предлагаемых на городских олимпиадах.

Тематическое планирование

Тема занятия	Кол. час	Форма проведения	Контроль
1.Вводное занятие	2	Практикум по решению задач	Индивидуальное задание
2.Принцип Дирихле	2	Лекция, практикум	Индивидуальное задание
3.Инварианты	2	Лекция, практикум	Индивидуальное задание
4.Уравнения в целых числах	2	Лекция, практикум	Индивидуальное задание
5.Уравнения, содержащие антье-функцию	2	Лекция, практикум	Индивидуальное задание
6.Олимпиадные задачи по арифметике	2	Практикум по решению задач, математический бой	Индивидуальное задание
7.Олимпиадные задачи по алгебре	2	Практикум по решению задач, математическая регата	Индивидуальное задание
8.Нестандартные уравнения	4	Практикум по решению задач	Индивидуальное задание
9.Олимпиадные задачи по планиметрии	2	Практикум по решению задач	Индивидуальное задание
10.Олимпиадные задачи по стереометрии	2	Практикум по решению задач	Индивидуальное задание
11.Логические задачи	2	Практикум по решению задач	Индивидуальное задание
12.Другие методы решения олимпиадных задач	2	Лекция, практикум	Индивидуальное задание
13.Решение задач, предложенных на олимпиадах «Ломоносов», «Авангард», «Покори Воробьевы горы», «Построй свое будущее» и т.д.	6	Практикум по решению задач	Участие в олимпиадах
14.Итоговое занятие	1	Математический бой	
15.Резерв	2		

Содержание.

Тема 1.Вводное занятие.

Понятие олимпиадной задачи. Виды олимпиадных задач. Примеры решения олимпиадных задач разными способами.

Тема 2. Принцип Дирихле.

Различные формулировки принципа Дирихле, применение принципа Дирихле к решению задач. Алгоритм решения задач по принципу Дирихле.

Тема 3. Инварианты.

Понятие инварианта. Виды инвариантов. Четность и нечетность: основные типы задач. Остатки от деления. Раскраска.

Тема 4. Уравнения в целых числах.

Решение уравнений второй степени и выше в целых числах, основные приемы. Решение систем уравнений и задач в целых числах.

Тема 5. Уравнения, содержащие антье-функцию

Определение, основные свойства и график антье-функции. Целая и дробная части числа, примеры. Основные приемы решения задач, содержащих антье-функцию.

Тема 6. Олимпиадные задачи по арифметике.

Основные типы олимпиадных задач по арифметике, приемы их решения.

Тема 7. Олимпиадные задачи по алгебре.

Основные типы олимпиадных задач по алгебре, приемы их решения.

Тема 8. Нестандартные уравнения.

Понятие нестандартного уравнения, основные приемы решения нестандартных уравнений.

Тема 9. Олимпиадные задачи по планиметрии.

Основные типы олимпиадных задач по планиметрии, приемы их решения.

Тема 10. Олимпиадные задачи по стереометрии.

Основные типы олимпиадных задач по стереометрии, приемы их решения.

Тема 11. Логические задачи.

Логические задачи и методы их решения.

Тема 12. Другие методы решения олимпиадных задач.

Принцип «крайнего», графы, делимость.

Тема 13. Решение задач, предложенных на олимпиадах «Ломоносов», «Авангард», «Покори Воробьевы горы», «Построй свое будущее» и т.д.

Решение наиболее трудных задач данных олимпиад, предложенных в разные годы. Анализ ошибок в решении задач, допущенных учащимися в олимпиадах этого учебного года.

Тема 14. Итоговое занятие.

Проведение одного из видов математического соревнования.

Литература для учителя.

1. Балаян Э.Н. Готовимся к олимпиаде по математике: 5-11 классы. - Ростов-н/Д: Феникс, 2009.
2. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. - М.: МЦНМО, 2004.
3. Кравцев С.В. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных - М.: Издательство: «Экзамен», 2005.

4. Кукушкин Б.Н. Математика. Подготовка к олимпиаде. – Москва-: Айрис-пресс, 2011
5. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе.5-11 классы. -М.: Айрис-пресс, 2010.
6. Фарков А.В. Методы решения олимпиадных задач.10-11 классы-М.: ИЛЕКСА,2011 (Серия «Математика: элективный курс»)
7. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 класса ср. шк. -М.: Просвещение, 1989.
8. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник.- М.:МЦНМО,1998.

Литература для учащихся.

- 1.Кравцев С.В. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных -М.:Издательство: «Экзамен»,2005.
- 2.Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб.пособие для 10 класса ср.шк.-М.:Просвещение, 1989.
3. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник.- М.:МЦНМО,1998.

Методика «листочков»

Математика — творческое занятие; *технология* получения нового математического знания отсутствует. Единственный способ научиться плавать — так или иначе пробовать это делать; просто смотреть на то, как это делают другие, недостаточно. Так и единственный способ обучения математическому открытию—практика: решение задач, представляющее для школьника открытие *нового знания*.

При проведении занятий элективного курса была использована методика «листочков», которая была разработана и внедрена в московской школе с углубленным изучением математики № 57. Конечно, использование методики может быть не в полной мере, но даже частичное применение дает очень хороший результат.

В чем же заключается эта методика? На занятие школьники получают «листок»- набор задач по какой-либо теме вместе с необходимыми определениями. Ребята самостоятельно решают и кратко записывают эти задачи — каждый в своем темпе. Можно сказать, что мы учим всего четырем вещам: читать, писать, говорить и слушать (школьник *читает* определения и задачи из листка, *записывает* решения, *рассказывает* их преподавателю, *слушает* его комментарии — и всему этому мы стараемся научить; а вот собственно задачи школьнику приходится учиться решать самому). Мы надеемся, что такие занятия математикой способствуют, по крайней мере, выработке трех умений, полезных и вне ее: первое—это умение отличать истину от лжи (понимаемой в объективном математическом смысле, то есть без ссылки на намерение обмануть); второе—это умение отличать смысл от бессмыслицы; третье—это умение отличать понятное от непонятного. (В. А. Успенский).

Какие же результаты мы получили, работая по методике «листочков»? Самое главное достижение - *желание* ребят *решать* задачи. Сняв такие психологические причины, как оценка и нехватка времени, ребята даже не имеющие опыта решения олимпиадных задач, стали решать их с удовольствием, радуясь, что с каждым занятием количество верно решенных задач растет. Для ребят с хорошей подготовкой – стимул добратсья первым до самой сложной задачи и ... получить следующий «листок».

Пример листка по теме «Принцип Дирихле»

Принцип Дирихле:

Если голуби рассажены в клетки, причём число голубей больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного голубя.



На сегодняшнем занятии при использовании принципа Дирихле необходимо указать, что задаче играет роль клеток, а что – голубей.

Теорема (принцип Дирихле). Если по n клеткам рассадить хотя бы по $n+1$ голубю, то найдется клетка, в которой сидит больше одного голубя.

Доказательство проводится методом от противного: если бы в каждой клетке было не более одного голубя, то всего их было бы 9, а их 10- получили противотечие.

1. В лесу растёт миллион ёлок. Известно, что на каждой из них не более 600 000 иголок. Докажите, что найдутся две ёлки с одинаковым числом иголок.
2. В школе учатся 1000 человек. Существует ли в году такой день, в который празднуют свой день рождения хотя бы
 - а) 2 человека из этой школы;
 - б) 3 человека из этой школы;
3. На чаепитии присутствовали 10 человек, которые вместе съели 35 плюшек. Докажите, что кто-нибудь обязательно съел по крайней мере 5 плюшек, если известно, что есть граждане, съевшие ровно одну, ровно две и ровно три плюшки.
4. Найдутся ли 7 монет одинакового достоинства среди 25 монет достоинством 1, 2, 5, 10 рублей?

5. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером 1×1 , не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).



6. Занятия Вечерней Математической Школы проходят в девяти аудиториях. Среди прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.
- а) Докажите, что как их не пересаживай, хотя бы в одной аудитории окажется не меньше трех таких школьников.
 - б) Верно ли, что в какой-нибудь аудитории обязательно окажется ровно три таких школьника?
7. Найдутся ли в классе два человека, имеющие одинаковое число друзей среди одноклассников, если в классе учатся
- а) 5 человек;
 - б) 25 человек.
8. Если класс из 30 человек рассадить в зале кинотеатра, то в любом случае хотя бы в одном ряду окажется не менее двух одноклассников. Если то же самое проделать с классом из 26 человек, то по крайней мере три ряда окажутся пустыми. Сколько рядов в зале?
9. Несколько хоккейных команд проводят турнир, в котором каждая команда с каждой играет ровно один раз. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие одинаковое количество матчей.
10. Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть
- а) две одинаковых;
 - б) три одинаковых.
11. На плоскости проведено n прямых, никакие две из них не параллельны. Доказать, что угол между какими-то двумя из них не больше $180^\circ/n$.

**Иоганн Пётр Густав Лежён-
Дирихлё
(1805-1859)**

Немецкий математик, член многих
академий наук



Математическая регата - одна из форм проведения занятий.

Правила проведения регат:

1. Учащиеся разбиваются на команды по 4 человека.
2. Соревнование проводится в 3-5 туров. Каждый тур представляет собой коллективное письменное решение трёх задач. Любая задача оформляется и сдаётся в жюри на отдельном одинарном листе. Каждая команда имеет право сдать только по одному варианту решения каждой из задач.
3. Проведением регаты руководит учитель. Он организует раздачу заданий и сбор листов с решениями; проводит разбор задач и объявляет итоги проверки.
4. Время, отведённое командам для решения, и «ценность» задач каждого тура в баллах указаны на листах с условиями задач, которые каждая команда получает непосредственно перед началом каждого тура.
5. Проверка решений осуществляется жюри после окончания каждого тура.
6. Параллельность проверки координат осуществляет разбор задач для учащихся, а затем объявляет итоги проверки.
7. Команды-победители и призёры регаты определяются по сумме баллов, набранных каждой командой во всех турах. Награждение победителей и призёров происходит сразу после подведения итогов регаты.

При составлении комплекта заданий для каждой регаты учитывается, что:

- для таких соревнований пригодны только такие задачи, решение которых может быть изложено кратко;
- задачи каждого тура должны иметь различную тематику, но примерно одинаковый уровень сложности;
- сложность заданий и время, выделяемое на их выполнение, возрастают от тура к туру;
- распределение баллов по турам, как показала практика проведения регат, должно быть таким, чтобы «стоимость» задач последнего тура относилась к «стоимости» задач первого, как 3:2;
- задания первого тура должны быть сравнительно простыми, чтобы они были решены большинством команд.

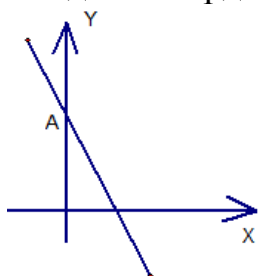
Регата дает возможность каждому участвующему в ней школьнику

- выбирать и выполнять те задания, которые ему по силам;
- приобретать навыки коллективной учебной деятельности; учиться отстаивать свою точку зрения, приобретая навыки ведения дискуссии
- сразу по окончании работы сравнить свое решение с «эталонным» и получить оценку результатов своей деятельности.

***Комплект заданий для математической регаты
по теме «Олимпиадные задачи по алгебре»***

Первый тур (10 минут; каждая задача – 6 баллов).

1. В выражении $x^6 + x^4 + x \cdot A$ замените A на одночлен так, чтобы получился полный квадрат. Найдите как можно больше решений.
2. На рисунке изображен график функции $y = (a^2 - 1)(x^2 - 1) + (a - 1)(x - 1)$. Найдите координаты точки A .



3. Известно, что $b - c > a$ и $a \neq 0$. Обязательно ли уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня?

Второй тур (15 минут; каждая задача – 7 баллов).

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = y + z, \\ \frac{1}{y} = z + x, \\ \frac{1}{z} = x + y. \end{cases}$$

1. Решите систему уравнений:

2. Найдите наименьшее натуральное n , для которого $(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4)$ делится на 1000.

3. На перемене несколько учащихся ушли из лицея и несколько пришли в него. В результате количество учеников в лицее после перемены уменьшилось на 10%, а доля мальчиков среди учеников лицея увеличилась с 50% до 55%. Увеличилось или уменьшилось количество мальчиков?

Третий тур (20 минут; каждая задача – 8 баллов).

1. Сумма трех различных чисел равна 10, а разность между наибольшим и наименьшим равна 3. Какие значения может принимать число, среднее по величине?

2. Найдите значение выражения $(1+x+xy)^{-1} + (1+y+yz)^{-1} + (1+z+zx)^{-1}$, если известно, что $xyz = 1$.

3. При каких значениях a сумма четвёртых степеней корней уравнения $x^2 - x + a = 0$ принимает наименьшее значение?